**DATOS GENERALES**

|  |  |
| --- | --- |
| Asignatura | Matemáticas I |
| Unidad | Unidad 3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita |
| Aprendizaje | Una vez expresada algebraicamente la condición que satisface la incógnita en un problema, el alumno la utiliza para resolverlo, empleando las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad. |
| Temática | Resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita transformándola a la forma \[ ax + b = 0 \] |

**Tema: Solución de ecuaciones de primer grado.**

# ¿Qué es una ecuación?

Una ecuación es una *igualdad entre dos expresiones algebraicas* en las que hay al menos una incógnita cuyo valor se desconoce. El valor de la incógnita que vuelve verdadera la igualdad es la solución o raíz de la ecuación.

# Elementos de una ecuación

**Incógnita**: es la cantidad desconocida contenida en una ecuación; por ejemplo, en la ecuación \(2x + 1 = 0\), la incógnita es \(x\), es el valor desconocido que queremos encontrar.

**Constantes**: Son valores numéricos que no cambian en la ecuación. Por ejemplo, en la ecuación \(9x + 5 = y\), el número 5 es una constante.

**Término**: es un elemento de una expresión algebraica que está separado por signos de suma o resta. La expresión \(4x^2 - 2xy + 7\), consta de tres términos separados por los signos "+" y "-" Cada término puede contener una o varias variables, y puede ser una constante o una variable elevada a un exponente.

**Expresión algebraica**: es la combinación **de variables, constantes y operaciones matemáticas**  que se utiliza para representar situaciones y relaciones en términos numéricos.

**Miembros de la ecuación:** son las expresiones algebraicas que están a ambos lados de la igualdad. Se le llama primer miembro al de la izquierda y segundo miembro al de la derecha.

La ecuación \(4z + 7 = 14 - 6z \) tiene como primer miembro: \(4z + 7 \) y segundo miembro \(14 - 6z \)

**Grado:** Es el mayor de los grados de los monomios que aparecen en la ecuación una vez ésta ha sido reducida.

La ecuación \(x^3 + 5x + 6 = 0\) es de grado 3 porque el exponente de mayor grado es el del término \(x^3\)

**Solución:** es el número o números tal que, cuando se sustituyen por las incógnitas en la ecuación, producen un enunciado verdadero, es decir, un número es solución si satisface a la ecuación. Otra forma de llamar a la solución es “raíz” de la ecuación.

Ejemplo:

¿Es \( x = 3 \) solución de la ecuación: \( 2x +4 = 4x -2 \)?

Veamos si \( x = 3 \)satisface la ecuación:

\( 2x +4 = 4x -2 \)

Sustituyamos el valor de 3 en la incógnita \( x \), el número de veces que se presente en la ecuación:

\( 2(3) +4 = 4(3) -2 \)

y resolvamos:

\( 6 +4 = 12 -2 \)

\( 10 = 10 \)

como \( 10 = 10 \) es verdadero, \( x = 3 \) satisface la ecuación. Es decir, \( x = 3 \) es una raíz o solución para esta ecuación.

Veamos ahora si \( x = 2 \) es raíz de la misma ecuación

\( 2(2) +4 = 4(2) -2 \)

\( 4 +4 = 8 -2 \)

\( 8= 6 \)

sabemos que 8 es diferente de 6, por lo que \( 8= 6 \) es falso, entonces \( x = 2 \) no satisface la ecuación, es decir, \( x = 2 \) no es solución de esta ecuación.

### Diferencia entre ecuación e identidad

A diferencia de la ecuación, una identidad es una igualdad algebraica que siempre se cumple, sin importar los valores de sus incógnitas.

La expresión \(3(x-5)= 3x -15\) es una identidad ya que no importa el valor que tome x, la igualdad siempre se cumple. Veamos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| si \(x=-1\):  \(3((-1)-5)= 3(-1) -15\)  \(3(-6)= -3 -15\)  \(-18= -18\) | si \(x=3\):  \(3((3)-5)= 3(3) -15\)  \(3(-2)= 9 -15\)  \(-6= -6\) | si \(x=0 \):  \(3((0)-5)= 3(0) -15\)  \(3(-5)= 0 -15\)  \(-15= -15\) |

Ejercicios

**Instrucciones:** Arrastra la categoría que consideres correcta junto a la expresión.

|  |  |
| --- | --- |
| **Expresión** | **Categoría** |
| 7z +4 (expresión algebraica) | Expresión algebraica |
| 5y – 4 = 2y +8 (ecuación) |
| (z + 5)(z - 5) = z2 -25 (identidad) |
| 7x + 21 = (expresión algebraica) |
| y = 5x -3 (ecuación) | Ecuación |
| (x-1)2 + (y+2)2 = 25 (ecuación) |
| x(x -7) = x2 -7x (identidad) |
| x2 + 5x +6 = 0 (ecuación) |
| x2 +2 x + 9 (expresión algebraica) | Identidad |
| (a + b)2 = a2 + 2ab + b2 (identidad) |
| (expresión algebraica) |
| 2(x+5)= 2x +10 (identidad) |

**Instrucciones: Verifica si los valores propuestos son solución de las ecuaciones dadas. Si los valores son raíces de la ecuación, selecciona la opción “Verdadero”; de lo contrario, selecciona “Falso”. Reactivos de VERDADERO/FALSO**

1. ¿\(x = 3\) es una solución para la ecuación \(2x - 5 = 1\)?

Verdadero / Falso

Retroalimentación:

Sustituyendo \(x = 3\) en \(2x - 5 = 1\), obtenemos \(2(3) - 5 = 1\), \(1 = 1\), que es verdadero.

2. ¿\(y = -2\) es una raíz de la ecuación \(3y + 4 = 10\)?

Verdadero / Falso

Retroalimentación:

Sustituyendo \(y = -2\) en \(3y + 4 = 10\), obtenemos \(3(-2) + 4 = 10\), \(-2 = 10\), que es falso

3. ¿\(z = \frac{1}{2}\) es una solución para \(4z - 1 = 7\)?

Verdadero / Falso

Retroalimentación:

Sustituyendo \(z = \frac{1}{2}\) en \(4z - 1 = 7\), obtenemos \(4\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 7\), \(1 = 7\), que es falso.

4. ¿\(x = -1\) es una raíz de la ecuación \(2x + 3 = 7\)?

Verdadero / Falso

Retroalimentación:

Sustituyendo \(x = -1\) en \(2x + 3 = 7\), obtenemos \(2(-1) + 3 = 7\), \(1 = 7\), que es falso.

# Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Una ecuación de primer grado es una ecuación polinómica, que después de reducirla, el mayor de los grados de los monomios que contiene es uno. Es decir, presenta la siguiente forma:

donde y son constantes y

## Método intuitivo

Revisa los siguientes videos que te explican el método intuitivo para resolver ecuaciones de manera intuitiva.

* <https://www.youtube.com/watch?v=NtnTZKwrua0&t=153s> (1/2)
* <https://www.youtube.com/watch?v=57aKCWcxbQo> (2/2)
* <https://www.tiktok.com/@elmatematicodecch/video/7312872875105537286> (ecuación con radical versión tikTok)

**Ejercicios**

**Instrucciones: Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones utilizando el método intuitivo. En estos reactivos el alumno tiene que introducir la solución.**

1. \[ 3(x-4)+12=18 \] Sol. \[ x=6 \]
2. \[ 40-8(12-3x)=-8 \] Sol. \[ x=2 \]
3. \[ \frac{20+5x}{5} \] Sol. \[ x=4 \]
4. \[ 35-\frac{3(7x+4)}{5}=20 \] Sol. \[ x=3 \]
5. \[ \frac{20-5x}{2}+3^2=14 \] Sol. \[ x=2 \]

## Reducción de ecuaciones

Revisa los siguientes videos que te explican cómo reducir los términos de una ecuación cuando hay signos de agrupación.

* <https://www.youtube.com/watch?v=w3oi3H8S5Jg> (1/3)
* <https://www.youtube.com/watch?v=k5VxcZtkBSs> (2/3)
* <https://www.youtube.com/watch?v=r7OwZNKm_tM> (3/3)

**Ejercicios**

**Instrucciones: Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado.**

1. \((5x + 2) - \{2x - (3x - 1)\} = 4\)

Solución: x= 1/3 \(x = \frac{1}{3}\)

2. \(\frac{1}{7}(9x - 6) + \{2x - [4 - (x + 2)]\} = 10\)

Solución x = 3 \(x = 3\)

3. \(2(3x + 5) - \{4x - [2 - (x - 3)]\} = 8\)

Solución x = -7 \(x = -7\)

4. \[\frac{2x + 6}{2} = 5\]

Solución x =2

5. \[\frac{3x - 9}{3} + 2 = 4\]

Solución x =5

6. \[\frac{4x + 12}{4} - 3 = 2\]

Solución x =2

7. \[\frac{5x - 15}{5} + \frac{2x + 6}{2} = 7\]

Solución x = 7/2 = 3.5

8. \[\frac{6x - 18}{6} = 2\]

Solución x =5

9. \[\frac{7x + 21}{7} - \frac{3x - 9}{3} = 4\]

No tiene solución

10. \(4(2x - 1) + {2(3x + 2)} = 10\)

Solución x =5/7

En la práctica nos encontramos con ecuaciones un poco más elaboradas, donde la incógnita no solo se encuentra en un miembro de la ecuación, sino en ambos. Estas ecuaciones también pueden simplificarse para encontrar su solución.

Aquí un ejemplo donde encontraremos la solución paso a paso

\[ 4x+6=-2x \]

En este ejemplo al ya no poder reducir más los términos de cada miembro de la ecuación, lo que debemos hacer es sumar (propiedad de la suma) en ambos miembros de la ecuación para eliminar el término del segundo miembro.

\[ 4x+6+2x=-2x+2x \]

Simplificando los términos semejantes tenemos:

\[ 6x+6=0 \]

Ahora para dejar el término con la incógnita solo, restamos 6 en ambos miembros de la ecuación

\[ 6x+6-6=0-6 \]

Simplificado es

\[ 6x=-6 \]

Por último, dividimos entre el coeficiente que acompaña a la incógnita (propiedad de la multiplicación, multiplicamos por el recíproco de 6, ambos miembros de la ecuación)

\[ \frac{6x}{6}=\frac{-6}{6} \]

encontrando así la solución

\[ x=-1 \]

Comprobemos:

\[ 4x+6=-2x \]

Si \[ x=-1 \] es solución, debe satisfacer la igualdad

\[ 4(-1)+6=-2(-1) \]

\[ -4+6=2 \]

\[ 2=2 \]

Encontremos la solución de otra ecuación un poco más compleja

Observamos que hay términos en el primer miembro que se pueden reducir, así que empecemos por ahí

Simplificamos términos semejantes

Para evitar seguir trabajando con números racionales, podemos multiplicar toda la ecuación por 14 y así trabajar con una ecuación más sencilla:

Ahora simplificamos para dejar la incógnita en un mismo miembro de la ecuación:

Dejamos el término con la incógnita sólo en uno de los miembros de la ecuación:

Dividimos entre el coeficiente que acompaña a la incógnita:

Encontrando así la solución:

Para comprobar nuestra solución, sustituyamos una vez más en la ecuación:

Comprobamos que sí satisface la igualdad, por lo tanto es solución.

Veamos un último ejemplo:

Resolvamos este ejemplo eliminando los denominadores como primer paso. Multipliquemos ambos miembros de la ecuación por 5:

Ahora multipliquemos por 3:

Y ahora multipliquemos por 2 para quitar ese último denominador:

Ahora simplifiquemos términos de ambos miembros de la ecuación:

Y dejemos la incógnita en un mismo miembro de la ecuación y el término independiente en el otro:

Comprobando la solución:

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. \(2(3x + 4) = 5(2x - 1)\) sol. x= 13/4
2. \(4(2x + 5) = 3(6x - 2)\) sol. x= 13/5
3. \(3(4x - 2) = 2(5x + 3)\) sol. x= 6
4. \(5(3x + 7) = 2(4x - 1)\) sol. x= -37/7
5. \(2(5x - 3) = 7(2x + 4)\) sol. x= -17/2
6. \(\frac{{2x+4}}{{3}} = \frac{{3x-6}}{{2}}\) sol. x= 26/5
7. \(\frac{{5x+10}}{{2}} = \frac{{4x-8}}{{3}}\) sol. x= -46/7
8. \(\frac{{3x+6}}{{4}} = \frac{{2x-5}}{{2}}\) sol. x= 16
9. \(\frac{{7x-14}}{{5}} = \frac{{2x+3}}{{6}}\) sol. x= 99/32
10. \(\frac{{4x+8}}{{2}} = \frac{{3x-5}}{{4}}\) sol. x= -21/5